Hard Superconductor の Uppercritical Field に関する簡単なコメント

都 築 俊 夫（京大理）

（2月22日受理）

最近、物性研で開かれた、Hard Superconductor についての研究会で、いわゆるType III[1] の振舞をする物質の Upper critical field H_{c2} の値、磁化曲線等の実験データがいくつか発表された。Maki の理論との κ の値についての不一致（Maki の理論では、dirty limit で $\frac{1}{\sqrt{2}}<\kappa<1.01$ の物質が Type III の振舞をするが、実験によれば $\kappa>1.01$ で、Type III の振舞をする物質はかなりあるようである）はここでは問題にしないことにして、reversible critical field H^{r}_{c2} , super-heated と super-cooling critical field H^{h}_{c2} , H^{c}_{c2} の値の簡単な見積りをし、それらの値のずれは、実験が示すように、数%であることを示す。dirty limit に話を限る。

出発点の方程式は、一般化された G L 方程式[1]

$$\left\{\ln\frac{T}{T_{co}}+f_0(\rho)\right\}\overline{|\Delta|^2}+\frac{f_1(\rho)}{2(2\pi T)^2}\overline{|\Delta|^4}-\frac{3}{8(2\pi T)^4}f_2(\rho)\overline{|\Delta|^6}=0 \quad (1)$$

磁束密度

$$B=\overline{H}=H_0-\frac{e\tau_{tr}N}{mT}g_0(\rho)\overline{|\Delta|^2} \quad (2)$$

自由エネルギー

$$F_s-F_n=-\frac{m^2v_F}{8\pi^2}\left[\beta f_1(\rho)\frac{(\overline{|\Delta|^2})^2}{(2\pi T)^2}-\beta^* f_2(\rho)\frac{(\overline{|\Delta|^2})^3}{(2\pi T)^4}\right] \quad (3)$$

である。ここで

$$
\left.
\begin{aligned}
f_0(\rho) &= \psi\left(\frac{1}{2}+\rho\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \\
f_1(\rho) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+\frac{1}{2}+\rho)^3} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho}{(n+\frac{1}{2}+\rho)^4} \\
f_2(\rho) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+\frac{1}{2}+\rho)^5} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3\rho}{(n+\frac{1}{2}\rho)^6} \\
g_0(\rho) &= \frac{df_0}{d\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+\frac{1}{2}+\rho)^2}
\end{aligned}
\right\} \tag{4}
$$

$$
\rho = \frac{\tau_{tr} v_F^2 e H_0}{6\pi T}, \quad \beta = \frac{\overline{|\Delta|^4}}{(\overline{|\Delta|^2})^2}, \quad \beta^* = \frac{\overline{|\Delta|^6}}{(\overline{|\Delta|^2})^3} \tag{5}
$$

である。H_0 は外場の強さ。その他の量については、通常の意味をもつ。

(I) Super cooline field H_{c2}^{c}：これはすでに求められているように、(1)の線型部分から決る。

$$
\ln\frac{T}{T_{co}} + f_0(\rho) = 0 \tag{6}
$$

$T \ll T_{co}$　，$T_{co} - T \ll T_{co}$ では

$$
H_{c2}^{c}(T) = \frac{3\,\Delta_{00}}{2\tau_{tr} v_F^2 e}\left[1 - \frac{2}{3}\left(\frac{\pi T}{\Delta_{00}}\right)^2\right] \quad \text{f}_{00}\ T_{co} >> T \tag{7}
$$

$$
= \frac{12\,T_{co}}{\pi\tau_{tr} v_F^2 e}\left[1 - \frac{T}{T_{co}}\right]\left[1 - \left\{\frac{1}{2} - \frac{28}{\pi^4}\zeta(3)\right\}\frac{T_\omega - T}{T_{co}}\right] \text{for}\ T_{co} - T \ll T_{co} \tag{8}
$$

(II) H_{c2}^{r} at the reversibletransition point：この点での order parameter のとびは小さいと仮定する。

H_{c2}^{r} は $F_s - F_n = 0$ から決められる。(1)，(3)から H_{c2}^{r} を決める方程式は

$$
-\ln\frac{T}{T_{co}} = f_0(\rho) + \frac{\beta^2}{8\beta^*}\cdot\frac{[f_1(\rho)]^2}{f_2(\rho)} \tag{9}
$$

となる。$T \ll T_{co}$ では簡単になつて

$$
H_{c2}^{r}(T) = \frac{3\,\Delta_{00}}{2\tau_{tr} v_F^2 e}\left[\left\{1 + \frac{5}{504}\cdot\frac{\beta^2}{\beta^*}\right\} - \frac{2}{3}\left\{1 - \frac{195}{392}\cdot\frac{\beta^2}{\beta^*}\right\}\left(\frac{\pi T}{\Delta_{00}}\right)^2\right] \tag{10}
$$

(Ⅲ) Superheated field H_{c2}^{h}；簡単のために、磁束密度の式(2)で $\overline{|\Delta|^4}$ の項を無視する。又この転移点でも order parameter のとびは小さいとする。H_{c2}^{h} は $dM/d\rho \to \infty$ の条件で決る。(1)，(2)から

$$-\ln \frac{T}{T_{co}} = f_0(\rho) + \frac{\beta^2}{6\beta^*} \cdot \frac{[f_1(\rho)]^2}{f_2(\rho)} \tag{11}$$

をうる。$T \ll T_{co}$ では

$$H_{c2}^{r}(T) = \frac{3\Delta_{00}}{2e\tau_{tr} v_F^2} \left[\left\{ 1 + \frac{5}{378} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} - \frac{2}{3} \left\{ 1 - \frac{65}{98} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \right\} \left(\frac{\pi T}{\Delta_{00}} \right)^2 \right] \tag{12}$$

となる。

$T=0$ で H_{c2} の値のずれを調べると

$$\frac{H_{c2}^{r}(0) - H_{c2}^{c}}{H_{c2}^{c}(0)} = \frac{5}{504} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \tag{13}$$

$$\frac{H_{c2}^{h}(0) - H_{c2}^{c}}{H_{c2}^{c}(0)} = \frac{5}{378} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^*} \tag{14}$$

となる。β，β^* は1程度の量だから、ずれは a few % となる。実験によれば、H_{c2} の値が数千ガウスの物質で、観測されたずれは数十ガウスだから一致はよい。

(10) 以下の表式を見てみると、このずれの大きさは、Abrikosov structure を表わすパラメータ β，β^*で表わされていることが分る。このことから、ずれの大きさから、実際の structure を知ることが出来ないかと考えられるかもしれない。しかし、例えば、三角格子と正方格子の場合で β の値の差は1％程度であり、従つて、H_{c2}の値が数千ガウスの物質で構造によるH_{c2} の値のずれは1ガウス程度か、それ以下となり、実験的にチエツクすることは、ほとんど不可能であろう。

磁化のとびを求めるためには、(2)で $\overline{|\Delta|^4}$ の項も求めておかなくてはならない。ここでは簡単のために省略した。

都築俊夫

参　考　文　献

1) K.Maki : Physics 1 21 (1964)